|  |
| --- |
| APROBADO EN EL CONSEJO DE FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS ACUERDO DE FACULTAD NO. 91, NOVIEMBRE 26 DE 2007 |

|  |
| --- |
| Programa aprobado en el acta 2008-II, 14 de diciembre 11 de 2008. |



|  |  |
| --- | --- |
| **NOMBRE DE LA MATERIA** | **Matemáticas IV** |
| **PROFESOR** | Javier Ramírez M, Walter Díaz y Fredy Vásquez |
| **OFICINA** | 13-404 |
| **HORARIO DE CLASE** | L 6:00 y M-J: 12:00 a 14:00 |
| **HORARIO DE ATENCION** | M-J 8:00 a 10:00 |

**INFORMACION GENERAL**

|  |  |
| --- | --- |
| **Código de la materia** | 1504018 |
| **Semestre** | IV |
| **Área** | Matemáticas |
| **Horas teóricas semanales** | 4 |
| **Horas teóricas semestrales** | 64 |
| **Créditos** | 4 |
| **Validable** | Si |
| **Habilitable** | Si |
| **Clasificable** | No |
| **Requisitos** | Matemáticas III- 1504703 |
| **Correquisitos** | Ninguno |
| **Programa a los cuales se ofrece la materia** | Economía |

**INFORMACION COMPLEMENTARIA**

|  |  |
| --- | --- |
| **Propósito del curso:** | Este curso permitirá profundizar en las aplicaciones del algebra lineal en la teoría económica en el campo de los sistemas dinámicos lineales, sentando las bases para la modelización cuadrática la cual posee sentido por sí mismo y como aproximación muy eficiente de la no lineal. De esta manera, se estudiaran las características fundamentales de funciones de producción y utilidad. |
| **Justificación:** | En esta asignatura se dan las bases para el tratamiento generalizado de la Teoría estática |
|  | comparativa, problemas de optimización (como un tipo especial de estática), dinámica y optimización dinámica. Lo anterior se complementa con la optimización con restricciones de desigualdad, el teorema de la envolvente, la función de valor máximo y el concepto de dualidad. Este análisis es muy útil en las Teorías Macro y microeconómicas. |
| **Objetivo General:** | Profundizar en las aplicaciones del Algebra lineal en la teoría económica en el campo de los sistemas de la estática comparativa, la optimización y los sistemas dinámicos.  Sentar las bases para la modelización cuadrática la cual posee sentido por sí misma y como aproximación muy eficiente de la no lineal.  Estudiar las características fundamentales de funciones tradicionales de  producción y utilidad |
| **Objetivos Específicos:** | * Estudiar los conceptos básicos del análisis estático comparativo para saber analizar los cambios en un estado de equilibrio ocasionados por cambios en factores exógenos de un modelo económico. * Estudiar la forma cuadrática con objeto de verificar su comportamiento mediante expresiones analítica y matricial. * Generalizar los conceptos de primera y segunda derivada a espacios vectoriales de dimensión mayor que uno. * Abordar con rigor y en forma generalizada el estudio de las funciones homogéneas y en particular las funciones: Cobb-Douglas y CES. * Estudiar la optimización no lineal y las condiciones de Kuhn-Tucker aplicados a la fijación de precios de carga máxima y el racionamiento del consumidor. * Analizar el efecto producido por la consideración explicita del tiempo sobre las variables económicas involucradas en un modelo económico, tanto en tiempo continuo como discreto. |
| **Contenido resumido** | **PARTE UNO: Análisis estático Comparativo**   1. Derivación implícita y estático comparativa   **PARTE DOS: Problemas de optimización**   1. El caso de más de una variable de elección 2. Optimización con restricciones de igualdad 3. Temas adicionales de optimización   **PARTE TRES: Análisis Dinámico**   1. Ecuaciones diferenciales de primer orden 2. Ecuaciones diferenciales de orden superior 3. Ecuaciones en diferencias de primer orden 4. Ecuaciones en diferencias de orden superior 5. Ecuaciones diferenciales y ecuaciones en diferencias simultáneas |

**UNIDADES DETALLADAS**

**PARTE UNO: ANÁLISIS ESTÁTICO COMPARATIVO**

**Unidad No. A**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **Derivación implícita  y análisis estático comparativo** | Sección | Clase |
| **Subtemas** | Modelos Económicos. Elementos de un modelo. Magnitudes. Relaciones entre magnitudes. Funciones. | 2.1,2.4,2.6 y 2.7 | **1** |
| Análisis de equilibrio en economía*.* Conceptode equilibrio. Análisis de equilibrio de algunos modelos lineales económicos: Equilibrio de mercado parcial y equilibrio en el análisis de ingreso nacional. | 3.1,3.2,3.3, 3.5 5.6 | **2** |
| Derivación implícita. Estática comparativa. Funciones implícitas y derivadas implícitas. Forma estructural y forma reducida de un modelo. El teorema de la función implícita. Extensión al caso de ecuaciones simultáneas. Estática comparativa de modelos económicos sencillos. | 8.5 | 3 |
| Modelos no lineales.Modelos Macro y Macroeconómicos: Modelo de ingreso nacional (IS-LM), Ampliación del modelo: Economía abierta. Estática comparativa | 8.6 | 4 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta unidad** | 2 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**  Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

**PARTE DOS: PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN**

**Unidad No. B**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **El caso de más de una variable de elección** | Sección | Clase |
| **Subtemas** | Versión diferencial de condición de optimización y Valores extremos de una función de dos variables.  Condición de primer y segundo orden, Condiciones diferenciales contra condiciones de derivadas, derivadas parciales de segundo orden, diferencial total de segundo orden, condición de segundo orden. | 11.1 y 11.2 | **5** |
| Formas cuadráticas, una incursión.  Diferencial total de segundo orden como una forma cuadrática, formas cuadráticas positivas definidas y negativas definidas, prueba de los determinantes para la definición de signo, formas cuadráticas de tres variables y n variables, prueba de la raíz característica para definición de signo de una forma cuadrática. | 11.3 | **6** |
| Funciones objetivo con más de dos variables.  Condiciones de primer orden para el extremo, condición de segundo orden, caso de n variables. | 11.4 | **7** |
| (Condiciones de segundo orden en relación con la concavidad y la convexidad.  Comprobación de concavidad o convexidad, Funciones diferenciables, funciones convexas contra conjuntos convexos. | 11.5 | 8 |
| Aplicaciones Económicas y Aspectos estáticos comparativos de la optimización.  Problema de una empresa multiproducto, discriminación de precio, decisión de una empresa relacionada con los insumos, Soluciones de forma reducida, modelo de función general. | 11.6 y 11.7 | 9 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta unidad** | 2 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**   * Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

**Unidad No. C**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **Optimización con restricciones de igualdad** | Sección | Clases |
| **Subtemas** | Efectos de una restricción y como encontrar los valores estacionarios. El método de los multiplicadores de Lagrange, El enfoque de la diferencial total, una interpretación de los multiplicadores de Lagrange, caso de n variables y de restricciones múltiples. | 12.1 y 12.2 | 10 |
| Condiciones de segundo orden. Diferencial total de segundo orden, condiciones de segundo orden, el hessiano orlado, el caso de n variables, el caso de las restricciones múltiples. | 12.3 | 11 |
| Primer parcial: Derivación implícita, análisis estático comparativo y el caso de más de una variable de elección. |  | 12 |
| Cuasiconcavidad y cuasiconvexidad.  Caracterización geométrica, definición algebraica, funciones diferenciables, una mirada adicional al hessiano orlado, extremos absolutos contra extremos relativos, condición de primer y segundo orden, análisis estático comparativo, cambios proporcionales de los precios y del ingreso. | 12.4 | 13 |
| Maximización de utilidad y demanda del consumidor. Condición de primer y segundo orden, análisis estático comparativo, cambios proporcionales de los precios y del ingreso. | 12.5 | 14 |
| Funciones homogéneas y Combinación de insumo de costo mínimo.  Homogeneidad lineal, función de Cobb-Douglas, extensiones de los resultados, condición de primer y segundo orden, la trayectoria de expansión, funciones homotéticas, elasticidad de la sustitución, la función de producción de CES, la función de Cobb-Douglas como un caso especial de la función CES. | 12.6 y 12.7 | 15 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta** | 3 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**   * Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

**Unidad No. D**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **Temas adicionales de optimización** | Sección | Clase |
| **Subtemas** | La programación no lineal y las condiciones de Kuhn-Tucker. Paso 1: Efecto de las restricciones de no negatividad, Paso 2: Efecto de las restricciones de desigualdad, Interpretación de las condiciones de Kuhn-Tucker, el caso de n variables, m restricciones. | 13.1 | 16 |
| Calificación de la restricción.  Irregularidad en los puntos de frontera, calificación de una restricción, restricciones lineales. | 13.2 | 17 |
| Aplicaciones económicas.  Racionamiento en tiempo de guerra, fijación de precios a mercados no planeados originalmente. | 13.3 | 18 |
| Los teoremas de suficiencia en la programación no lineal. El teorema de suficiencia de Kuhn-Tucker: la programación cóncava, el teorema de suficiencia de Arrow-Enthoven: la programación cuasicóncava, Una prueba de calificación de restricción. | 13.4 | 19 |
| Funciones de valor máximo y el teorema de la envolvente. El teorema de la envolvente para la optimización sin restricciones, la función de ganancia, la condición de reciprocidad, el teorema de la envolvente para la optimización restringida, interpretación del multiplicador de Lagrange. | 13.5 | 20 |
|  | La dualidad y el teorema de la envolvente. El problema primal, el problema dual, dualidad, la identidad de Roy, el lema de Shephard. | 13.6 | 21 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta** | 3 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**  Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

**PARTE TRES: ANÁLISIS DINÁMICO**

**Unidad No. E**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **Ecuaciones diferenciales de primer orden** | Sección | Clase |
| **Subtemas** | Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes constantes y términos constantes. El caso homogéneo, el caso no homogéneo, verificación de la solución. | 15.1 | 22 |
| La dinámica del precio de mercado. El marco de referencia, la trayectoria de tiempo, la estabilidad dinámica del equilibrio, un uso alterno del modelo. | 15.2 | 23 |
| Segundo parcial: Optimización con restricciones de igualdad y temas adicionales de optimización |  | 24 |
| Coeficiente variable y término variable. Ecuaciones diferenciales exactas. El caso homogéneo, el caso no homogéneo, ecuaciones diferenciales exactas, método de solución, el factor de integración, solución de las ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. | 15.3 y 15.4 | 25 |
| Ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden y primer grado. Ecuaciones diferenciales exactas, variables separables, ecuaciones reducibles a la forma lineal. | 15.5 | 26 |
| El enfoque cualitativo gráfico. Diagrama de fases, tipos de trayectoria de tiempo. | 15.6 | 27 |
|  | *M*odelo de crecimiento de Solow. El marco de referencia, análisis cualitativo-gráfico, una ilustración cuantitativa. | 15.7 | 28 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta** | 3 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**   * Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

**Unidad No. F**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **Ecuaciones diferenciales de orden superior** | Sección | Clase |
| **Subtemas** | Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficiente constante y término constante. La integral particular, la función complementaria, la estabilidad dinámica del equilibrio. | 16.1 | 29 |
| Números complejos. Las relaciones de Euler, representación alternativa de números complejos. | 16.2 | 30 |
| Análisis del caso de las raíces complejas. La función complementaria, la estabilidad dinámica del equilibrio. | 16.3 | 31 |
| Un modelo de mercado con expectativas de precio. La tendencia de precios y las expectativas de precio, un modelo simplificado, la trayectoria de tiempo de los precios. | 16.4 | 32 |
| La interacción de la inflación y el desempleo. La relación de Phillips, la relación de Phillips aumentada con expectativas, la retroalimentación de la inflación hacia el desempleo, la trayectoria de tiempo de π. | 16.5 | 33 |
| Ecuaciones diferenciales con un término variable. Método de los coeficientes indeterminados, una modificación. | 16.6 | 34 |
|  | Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior. Cómo encontrar la solución, la convergencia y el teorema de Routh. | 16.7 | 35 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta** | Aprox. 3 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**   * Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

**Unidad No. G**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **Ecuaciones en diferencias de primer orden** | Sección | Clase |
| **Subtemas** | Tiempo discreto, diferencias y ecuaciones en diferencias. Solución de una ecuación en diferencias de primer orden. Método iterativo, método general. | 17.1 | 36 |
| La estabilidad dinámica del equilibrio y El modelo de la telaraña.  La importancia de b, la función de A, convergencia al equilibrio, El modelo, las telarañas. | 17.3 | 37 |
| Cuarto parcial: Ecuaciones diferenciales de primer orden y de orden superior. |  | 38 |
| *Un modelo de mercado con inventario*. El modelo, la trayectoria de tiempo, resumen gráfico de los resultados. | 17.5 | 39 |
| *Ecuaciones en diferencias no lineales, Método gráfico cualitativo.*  Diagrama de fase, tipos de trayectorias de tiempo, un mercado con precio máximo. | 17.6 | 40 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta** | Aprox. 3 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**  Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

**Unidad No. H**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **Ecuaciones en diferencias de orden superior** | Sección | Clase |
| **Subtemas** | Ecuaciones en diferencias lineales de segundo orden con coeficiente constante y término constante. La solución particular, la función complementaria, la convergencia de la trayectoria de tiempo. | 18.1 | 41 |
| Modelo de interacción de multiplicador con acelerador de Samuelson. El marco de referencia, la solución, convergencia contra divergencia, un resumen gráfico. | 18.2 | 42 |
| La inflación y el desempleo en tiempo discreto. El modelo, la ecuación en diferencias en p, la trayectoria de tiempo de p, el análisis de U, la relación de Phillips de largo plazo. | 18.3 | 43 |
| Generalizaciones a ecuaciones con términos variables y de orden superior. El término variable con forma de plan_04_ECM704_clip_image002 yplan_04_ECM704_clip_image004, ecuaciones en diferencias lineales de orden superior, la convergencia y el teorema de Schur. | 18.4 | 44 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta** | 2 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**  Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

**Unidad No. I**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tema(s) a desarrollar** | **Ecuaciones diferenciales y ecuaciones en diferencias simultáneas** | Sección | Clase |
| **Subtemas** | Génesis de los sistemas dinámicos y Solución de ecuaciones dinámicas simultáneas.  Los patrones interactuantes del cambio, transformación de una ecuación dinámica de orden superior, ecuaciones en diferencias simultáneas, notación matricial, ecuaciones diferenciales simultáneas. | 19.1 y 19.2 | 41 |
| *Modelos dinámicos de insumo-producto*. El desfasamiento de tiempo en la producción, la demanda excedente y el ajuste de la producción, la transformación de capital. | 19.3 | 42 |
| *Modelo de inflación-desempleo, una vez más*.  Ecuaciones diferenciales simultáneas, trayectoria de solución, ecuaciones en diferencias simultáneas, trayectoria de solución | 19.4 | 43 |
| Cuarto parcial: Ecuaciones en diferencias de primer orden y de orden superior y ecuaciones diferenciales y en diferencias simultáneas. |  | 44 |
| **No. de semanas que se le dedicarán a esta** | 2 semanas | | |
| **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:**   * Chiang, Alpha C; Wainwright, Kevin. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill. Cuarta Edición. 2006. | | | |

|  |
| --- |
| **Actividades de asistencia obligatoria**  Todas |

|  |
| --- |
| **METODOLOGÍA a seguir en el desarrollo del curso:**  Exposición magistral por parte del profesor. Se hará énfasis en la discusión y análisis de las aplicaciones económicas. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **EVALUACIÓN** | | |
| **Actividad** | **Porcentaje** | **Fecha (día, mes, año)** |
| **Examen Parcial I** | 25% | Cuarta semana cuarta sobre derivación implícita y estática comparativa y el caso de más de una variable de elección |
| **Examen Parcial II** | 25% | Octava semana sobre Optimización con restricciones de la igualdad y temas adicionales de optimización |
| **Examen parcial III** | 25% | Décima tercera semana sobre Ecuaciones diferenciales de primer orden y de orden superior |
| **Examen parcial IV** | 25% | Décima sexta semana sobre ecuaciones en diferencias de primer orden y orden superior y ecuaciones diferenciales y en diferencias simultáneas. |

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA por unidades:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Unidades A,B,C,D,E** | * Kolman, Bernard. Álgebra Lineal con Aplicaciones y Matlab, Octava edición. Prentice Hall, México, 1999. * Restrepo de P., P., Franco A., R., Muñoz S., L.  Algebra lineal Aplicaciones. Universidad Nacional de Colombia. Medellín 1996. * Barbolla, Rosa, Cerdá Emilio y Sanz Paloma. Optimización. Prentice-Hall. 2001. * Hadley, G., Linear Algebra. Addison-Wesley Publishing Co.1961. * Madden, Paul. Concavidad y Optimización en Microeconomía. Alianza Editorial. 1986. * Anton, Howard. Introducción al Algebra Lineal. Editorial Limusa. * Grossman, Stanley. Algebra Lineal y sus Aplicaciones.  Fondo Educativo Interamericano. * Strang, Gilbert. Algebra Lineal y sus aplicaciones. Fondo Educativo Interamericano. |