Prueba específica de matemáticas.

Temas

Aritmética y Álgebra:

- Propiedades de los números enteros
- Potenciación y radicación
- Expresiones algebraicas
- Polinomios y factorización
- Desigualdades
- Soluciones de ecuaciones y sistemas de ecuaciones

Relaciones y funciones

- Números reales
- Relaciones
- Funciones
- Gráficas de funciones
- Traslaciones y simetrías
- Funciones inversas
- Funciones especiales (polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas)

Trigonometría

- Ángulos y propiedades básicas de los triángulos
- Trigonometría del triángulo rectángulo
- Funciones trigonométricas
- Ecuaciones e identidades trigonométricas
- Ley de senos y cosenos

Sucesiones y conteo

- Sucesiones
- Sumatorias
- Conteo, permutaciones y combinaciones
- Probabilidad simple

Bibliografía:

- Swokowski, E.W. Cole, J.A. Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica, 12ª edición. Editorial Cengage Learning, México 2009.
- Stewart, J, Redlin, L. Watson, S. Precálculo, matemáticas para el cálculo 5ª edición. Editorial Thomson, Colombia, 2007.
- Demana, F.D. Waits, B.K. Foley, G.D. Kenedy, D. Precálculo. Séptima edición, editorial Pearson, Colombia 2006.
- Buriticá, B. Álgebra y trigonometría. 4ª edición. Editorial Universidad de Antioquia, Colombia 2010.
- Diez, L. H. Matemáticas operativas. Editorial Universidad de Antioquia, Colombia 1998.
- Sullivan, M. Álgebra y Trigonometría. Séptima edición, editorial Pearson, 2006.
- Zill, D. G. Dewar, J. M. Álgebra y trigonometría, 2ª edición. Editorial McGraw-Hill, Colombia, 1996.

Ejemplo 1. Tema: Aritmética y Álgebra

Pregunta:

El periodo T, en segundos, de un péndulo de longitud L, en pies, se aproxima por la fórmula

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$

El valor L en términos de T es:

A. $L = 8\pi^2 T^2$
B. $L = \sqrt{\frac{8T}{\pi}}$
C. $L = \frac{8T^2}{\pi^2}$
D. $L = \frac{16T^2}{\pi^2}$

La respuesta es la C.

Proceso de solución:

Este ejercicio está clasificado en la categoría de Aritmética y Álgebra. El proceso de solución es el siguiente: Se tiene la expresión $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$ y se pide despejar L.

Por propiedades de los números reales: $\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{32}}$

Por propiedades de la potenciación: $(\frac{T}{2\pi})^2 = (\sqrt{\frac{L}{32}})^2$ (1)

Por propiedades de la potenciación: $(\frac{T}{2\pi})^2 = \frac{T^2}{4\pi^2}$ (2)

Por propiedades de la radicación: $(\sqrt{\frac{L}{32}})^2 = \frac{L}{32}$ (3)

Tomando (2) y (3) y reemplazando en (1): $\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{L}{32}$

Por propiedades de los números reales: $\frac{32T^2}{4\pi^2} = L$

Y simplificado: $\frac{8T^2}{\pi^2} = L$

Por tanto la opción correcta es la C.

Ejemplo 2. Tema: Relaciones y funciones

Pregunta:

Sea $f(x) = -x^2 + 3$, entonces el valor de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ es igual a:

A. $-a^2 + 3$
B. $-2a + h$
C. $-(2a + h)$
D. $-h$

La respuesta es la C.

Proceso de solución:

Este ejercicio está clasificado en la categoría de relaciones y funciones.

Se da la función $f(x) = -x^2 + 3$ y se pide el valor de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Para $f(a + h)$, tenemos: $f(a + h) = -(a + h)^2 + 3$

Por productos notables: $-(a + h)^2 = -(a^2 + 2ah + h^2)$

Regresando a $f(a + h) = -a^2 - 2ah - h^2 + 3$ (1)

Para $f(a)$ tenemos: $f(a) = -a^2 + 3$ (2)

La expresión completa usando (1) y (2) es:

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{-a^2-2ah-h^2+3+a^2-3}{h}$$

Simplificando la expresión anterior:

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{-2ah-h^2}{h}$$

Tomando factor común $-h$ en el numerador:

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{-h(2a+h)}{h}$$

Y simplificando finalmente obtenemos que :

$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = -(2a+h)$, por tanto la opción correcta es la C.

Ejemplo 3. Tema: Trigonometría

Pregunta:

Un guardabosque está situado a 200m de la base del árbol cuya altura (del árbol) es de $200\sqrt{3}m.$ El ángulo de elevación medio desde el suelo donde se encuentra el guardabosque y la cima del árbol es:

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

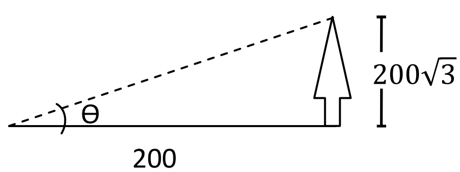
D. $\frac{\pi}{6}$

La respuesta es la B.

Proceso de solución:

Este ejercicio está clasificado en la categoría de trigonometría.

Graficando la situación, la representamos de la siguiente manera:



Aquí θ representa el ángulo de elevación medio desde el suelo donde se encuentra el guardabosque. Por la definición de la tangente de un ángulo en un triángulo rectángulo:

$$\tan\theta = \frac{200\sqrt{3}}{200}$$

Simplificando obtenemos: $\tan\theta = \sqrt{3}$

Por los valores de las funciones trigonométricas sobre ángulos notables $(0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2})$, el ángulo θ tal que

$\tan\theta = \sqrt{3}$ es $\frac{\pi}{3}$.

Por tanto la opción correcta es B.

Ejemplo 4. Tema: Sucesiones y conteo

Pregunta:

Los cuatro primeros términos de la sucesión $a_n = 2^{5-2n}3^{n-1}$, son:

A. $24, 6, \frac{9}{2}, \frac{27}{8}$
B. $\frac{3}{2}, 6, 18, \frac{27}{8}$
C. $8, 6, \frac{9}{2}, \frac{27}{8}$
D. $8, 6, 18, 27$

La respuesta es la C.

Proceso de solución:

Este ejercicio está clasificado en la categoría de sucesiones y conteo.

Dado el término n-esimo de la sucesión: $a_n = 2^{5-2n}3^{n-1}$

Asignamos los valores para $n = 1, 2, 3, 4$ y calculamos:

$a_1 = 2^{5-2}.3^{1-1} = 2^3.3^0 = 8$

$a_2 = 2^{5-4}.3^{2-1} = 2^1.3^1 = 6$

$a_3 = 2^{5-6}.3^{3-1} = 2^{-1}.3^2 = \frac{9}{2}$

$a_4 = 2^{5-8}.3^{4-1} = 2^{-3}.3^3 = \frac{27}{8}$

Por tanto la opción correcta es la C.